

Arno Lergenmüller, Günter Schmidt, Katja Krüger (Hrsg.): Neue Wege: Stochastik

Schroedel Verlag; Braunschweig 2012

JÖRG MEYER, HAMELN

Dieses Schulbuch für die gymnasiale Sekundarstufe II ist die Bundesausgabe für den Teilbereich Stochastik; die Bände für die Teilbereiche Analysis und Lineare Algebra/Analytische Geometrie sind bereits erschienen.

Das vorliegende Buch weiß sich dem entdeckenden Unterricht verpflichtet und setzt dies konsequent um: Im Zentrum stehen stets zielführende Schüleraktivitäten. Formale Begründungen werden durchgängig – und sehr erfolgreich – durch inhaltliche Argumentationen ersetzt; dies ist einer der vielen Pluspunkte, die für dieses Buch sprechen.

Ein weiterer Pluspunkt ist die Stoffauswahl: Die Autoren haben kein enzyklopädisches Werk zur Schulstochastik geschrieben, sondern beschränken sich auf einen Kern, an dem das Wesen der Stochastik gut erkennbar ist; dieser Kern wird durch passende Lernaktivitäten so aufbereitet, dass Schülerinnen und Schüler ihn umfassend und hinreichend tief verstehen können.

Die Übungen dienen nur zum geringen Teil der Routinisierung, sondern ermöglichen es den Lernenden, den Stoff in unterschiedliche Richtungen weiter zu erkunden. Alle Übungen tragen Überschriften, so dass der Lehrkraft eine inhaltliche Einordnung schnell ge-

lingt. Das entdeckende Potential einer Übung ist nicht immer sofort ersichtlich; eine automatisierte Hausaufgabe der Art „Macht mal Nr. 11–15“ wird dadurch nicht unterstützt, aber das ist nicht wirklich ein Nachteil. Manche Elemente des Stoffkanons werden ausschließlich in den Übungen behandelt; die hierdurch erreichte Strukturierung des Stoffes bezüglich der Wichtigkeit ist angemessen.

Die fünf Kapitel tragen die Überschriften

1. Zufall und Wahrscheinlichkeit (es handelt sich um ein vertiefendes Wiederholungskapitel für den Stoff der Jahrgänge 5–10),
2. Wahrscheinlichkeitsmodelle (man hätte auch „Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie“ sagen können; das Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten, etwas Kombinatorik und der Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten werden hier abgedeckt),
3. Umgang mit Daten (dies Kapitel gehört zur beschreibenden Statistik und behandelt Lage- und Streuparameter sowie Regressions- und Korrelationsmaße),
4. Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Binomialverteilung und Normalverteilung),

5. Beurteilende Statistik (Schätzen mit Konfidenzintervallen, Testen von Hypothesen, exakter Test von Fisher sowie der χ^2 -Anpassungstest).

Markov-Ketten werden im Band über Lineare Algebra/Analytische Geometrie behandelt.

In Kap. 1 werden u. a. ausführlich Simulationen anhand recht ansprechender Aufgaben thematisiert. Dabei kommt auch die Modellkritik nicht zu kurz (beispielhaft auf Seite 26, Aufgabe 16; in 25/13 fehlt sie merkwürdigerweise). Insbesondere wird auch das Gesetz der großen Zahlen mit Simulationen in Verbindung gebracht, es werden dazu nichttriviale Fragen gestellt, um auf diese Weise häufigen Fehlvorstellungen entgegenzuwirken. Hinweise auf Software auf der Webseite des Buches bzw. auf Programme auf der beiliegenden CD ergänzen die Schüleraktivitäten – dies ist im gesamten Buch der Fall. Sinnvoll ist die frühzeitige Verwendung des Begriffs „Prognoseintervall“.

In Kap. 2 erwartet man vielleicht eine Klärung des Begriffes „Wahrscheinlichkeit“; dies machen die Autoren bewusst nicht, sondern verweisen auf S. 55 auf die Kolmogorov-Axiome. Der zugehörige Text ist fachlich in Ordnung; unter einer „axiomatischen Festlegung“ können sich Lernende allerdings wohl wenig vorstellen. Schülerinnen und Schülern sollte erläuternd dargestellt werden, dass es nicht darum geht, was Wahrscheinlichkeiten „sind“, sondern „nur“ darum, wie man mit ihnen rechnet. Die intensive Förderung des Simulierens legt eine frequentistische Deutung nahe (und wird auch oben auf S. 55 explizit erwähnt); alternative Deutungen (Bayes) werden nicht behandelt.

Sehr gelungen ist die Beschränkung der Kombinatorik auf wirklich wichtige Teile. Ob die ausschließlich multiplikative Behandlung der Binomialkoeffizienten (und damit der Verzicht auf die additive Rekursion) geschickt ist, wird Geschmackssache sein. In 64/24 wird die Kombinatorik auf Zufälligkeitstests angewendet, und gut ist auch der ständige Rückbezug (wie in 65/26) auf Simulationen.

Das Unterkapitel zu bedingten Wahrscheinlichkeit hat ebenfalls viele lobenswerte Elemente: So werden in 67/4 frühzeitig Fehler 1. und 2. Art angesprochen, das Rückwärtsschließen in Baumdiagrammen wird mit absoluten Zahlen vorbereitet, und die Frage der übersichtlichen Informationsdarstellung wird bei mehreren Aufgaben in nichttriviale Weise zum Thema. Da die Tragweite des Unabhängigkeitsbegriffs von Schülerinnen und Schülern kaum erfasst werden kann, wird dieser in Übungen behandelt und dort sinnvollerweise nicht vertieft, wohl aber mit Vierfeldertafeln vernetzt.

Die Aufgabe zur Dunkelfeldforschung (S. 77) ist mit Vorsicht zu betrachten: Es fehlt ein Hinweis darauf, dass das vorgestellte Verfahren für sehr große und sehr kleine Wahrscheinlichkeiten nicht funktioniert.

Das „Datenkapitel“ 3 enthält erfreulicherweise viele Internetquellen, so dass sich Lernende selber Daten beschaffen können. Das Ziel einer angemessenen Interpretation von Daten und das Lesen von Darstellungen wird immer wieder angestrebt. Der Zusammenhang zur wahrscheinlichkeitsorientierten Stochastik wird durch die klare Gegenüberstellung von mathematischem Modell und Realmodell auf S. 84 augenfällig.

87/8b legt möglicherweise die (falsche) Ansicht nahe, dass nur bei symmetrischen Verteilungen arithmetisches Mittel und Median zusammenfallen.

87/10 enthält einen der sehr seltenen Druckfehler: Der Median ist robust gegenüber Ausreißern und nicht, wie behauptet, das arithmetische Mittel.

Problematisch ist der gelbe Kasten unten auf S. 88: Der erste Satz ist sprachlich erst nach mehrmaligem Lesen verständlich, und dass bei Histogrammen die Höhe (statt des Flächeninhalts) maßgeblich ist (auch S. 123 oben), muss später ohnehin (etwa S. 138) wieder zurückgenommen werden.

Gut sind die anschließenden Übungen zur Herstellung von Histogrammen.

Die Behandlung der Standardabweichung ist angenehm kurz und knapp; der Verwendungszweck (σ -Regeln) wird frühzeitig in einem verständlichen Kontext genannt.

Regressions- und Korrelationskoeffizient werden als Formeln ohne Begründung mitgeteilt, aber mit zum Teil ausgesprochen schönen Aufgaben versehen. Hier findet sich auch die fast einzige formale Begründung („für Experten geeignet“) im Buch, nämlich für den Sachverhalt, dass Regressionsgeraden durch den Datenschwerpunkt gehen. Allerdings ist diese Begründung unnötig kompliziert und wäre über das Verschwinden der Residuensumme einsichtiger zu gestalten gewesen.

In Kap. 4 geht es um Wahrscheinlichkeitsverteilungen und dabei vorweg um Erwartungswert und Standardabweichung einer Verteilung; diese (etwas unermutete) Reihenfolge gelingt, da hinreichend unterschiedliche konkrete Verteilungen behandelt werden. Positiv ist, dass ein empirisches Gesetz der großen Zahlen für Mittelwerte eigens formuliert wird.

Bei der Binomialverteilung ist der explorative Einstieg (mit viel Eigenaktivität der Lernenden) auf

S. 128 sehr schön gelungen. Noch wichtiger ist auf S. 130 ff. das Wiederaufgreifen und Vertiefen des Begriffs Prognoseintervall, das später den Konfidenzintervallen gegenüber gestellt wird. Die vorzeitige Behandlung der Normalapproximation auf S. 133 ff. ist ein gelungenes Beispiel vorwegnehmenden Lernens.

Bei der Normalverteilung wird – wie auch schon bei der Binomialverteilung – fast nichts bewiesen. Auf S. 144 wird auf den Grund des ubiquitären Auftretens der Normalverteilung hingewiesen und dabei auch die Normalität der Mittelwerte von Stichproben erwähnt; diese wichtige Anwendung wird jedoch nicht durch Aufgaben illustriert.

147/24 enthält ein Versehen: Die Funktion heißt φ , nicht $\varphi(z)$. Die folgende Aufgabe 25 empfand ich als schwer verständlich, wohingegen sich die Aufgabenstellung sonst durch große Klarheit auszeichnet.

Das Schätz- und Testkapitel 5 beginnt bei den Konfidenzintervallen mit dem Auftragen von Prognoseintervallen („Konfidenzellipse“). Dies erweist sich als sehr tragfähig (obwohl es nicht die einzige Möglichkeit darstellt, in dieses Thema einzusteigen) und ermöglicht eine sehr saubere Trennung bzw. Gegenüberstellung der leicht zu verwechselnden Begriffe Prognose- und Konfidenzintervall, die erfreulicherweise in späteren Übungen beide vorkommen. Überhaupt sind die Übungen zu diesem Thema reichhaltig und sehr ansprechend; sie thematisieren die wesentlichen Abhängigkeiten. Die Näherungslösung zu Konfidenz-Intervallen auf S. 157 oben führt allerdings zum gleichen Formalismus wie die Berechnung von Prognose-Intervallen und kann daher wieder zur Verwechslung führen. Der Umgang mit der Sicherheitswahrscheinlichkeit ist vorbildlich.

Das abschließende Testen von Hypothesen beginnt sinnvollerweise mit dem P-Wert, um erst anschließend auf den Standardalgorithmus mit dem Signifikanzniveau einzugehen. Die Frage, wie man die Nullhypothese wählt, bleibt unterbelichtet; der FAQ-Kasten auf S. 176 gibt darauf eine zu vage Antwort. Dafür werden der Fehler 1. und 2. Art sowie die OC-Kurve gut vorbereitet und erklärt. Der Zusammenhang zwischen Konfidenzintervallen und Hypothesentests wird nicht explizit angesprochen.

Die „anderen Testverfahren“ werden kurz behandelt und, wie durchgängig im Buch, mit schönen Beispielen in den Übungen versehen. Die Behandlung der Freiheitsgrade bei der χ^2 -Verteilung ist jedoch zu knapp – allerdings werden diese „anderen Testverfahren“ im Schulunterricht kaum behandelt werden.

Fazit: Trotz kleinerer Einschränkungen ein sehr empfehlenswertes Schulbuch!

Im Sommer 2012 ist für Niedersachsen ein Oberstufen-Gesamtband erschienen, in dem der stochastische Anteil etwas umstrukturiert wurde. Dabei wurden manche Aufgaben durch andere ersetzt und eine Reihe von Klarstellungen erzielt; fast alle der obigen Kritikpunkte treffen auf den Gesamtband nicht mehr zu. Der GTR-Einsatz wurde eingehender erläutert.

Am meisten haben die Abschnitte über die Normalverteilung von der Neubearbeitung profitiert. Im Gesamtband spielt die Standardisierung nur noch die ihr zukommende nebensächliche Rolle.

Anschrift des Verfassers

Dr. Jörg Meyer
Albert-Einstein-Gymnasium
Knabenburg 2
31787 Hameln
J.M.Meyer@t-online.de